Logica (I&E)

najaar 2018

`http://liacs.leidenuniv.nl/~vlietrvan1/logica/`

Rudy van Vliet
kamer 140 Snellius, tel. 071-527 2876
rvvliet(at)liacs(dot)nl

college 6a, donderdag 11 oktober 2018

Semantische tableaus

Je moet altijd zorgen dat je een doelpunt meer scoort als de tegenstander.

A slide from lecture 6:

3.2. Semantische Tableaus

From [Van Benthem et al., 2003]:

Gevolgtrekking:

$$\phi_1, \ldots, \phi_n \;/\; \psi$$

'ψ volgt logisch uit $\phi_1, \phi_2, \ldots, \phi_n$'

Model:
Definitie 2.5. Een waardering V heet een *model* van een formule ϕ als geldt: $V(\phi) = 1$. (1 = T, 0 = F)

Model van formuleverzameling:
Definitie 2.6. Een waardering V heet een *model* van een formuleverzameling $\Sigma = \{\phi_1, \ldots, \phi_n\}$ als $V(\phi_i) = 1$ voor elke $\phi_i \in \Sigma$.

A slide from lecture 6:

3.2. Semantische Tableaus

From [Van Benthem et al., 2003]:

Sequent:

$$\phi_1, \ldots, \phi_n \ \circ \ \psi_1, \ldots, \psi m$$

Met $m, n \geq 0$

Tegenvoorbeeld:
Een waardering V heet een *tegenvoorbeeld* van een sequent

$$\phi_1, \ldots, \phi_n \ \circ \ \psi_1, \ldots, \psi_m$$

als $V(\phi_1) = \ldots = V(\phi_n) = 1$ en $V(\psi_1) = \ldots = V(\psi_m) = 0$.

Voorbeeld 3.8.

$$p \to (q \to r) \ / \ (p \to q) \to r$$

Reductieregels

$$\neg_L: \quad \begin{array}{c} \Phi, \neg\alpha \circ \Psi \\ | \\ \Phi \circ \alpha, \Psi \end{array}$$

$$\neg_R: \quad \begin{array}{c} \Phi \circ \neg\alpha, \Psi \\ | \\ \Phi, \alpha \circ \Psi \end{array}$$

$$\wedge_L: \quad \begin{array}{c} \Phi, \alpha \wedge \beta \circ \Psi \\ | \\ \Phi, \alpha, \beta \circ \Psi \end{array}$$

$$\wedge_R: \quad \begin{array}{cc} \multicolumn{2}{c}{\Phi \circ \alpha \wedge \beta, \Psi} \\ / & \backslash \\ \Phi \circ \alpha, \Psi & \Phi \circ \beta, \Psi \end{array}$$

$$\vee_L: \quad \begin{array}{cc} \multicolumn{2}{c}{\Phi, \alpha \vee \beta \circ \Psi} \\ / & \backslash \\ \Phi, \alpha \circ \Psi & \Phi, \beta \circ \Psi \end{array}$$

$$\vee_R: \quad \begin{array}{c} \Phi \circ \alpha \vee \beta, \Psi \\ | \\ \Phi \circ \alpha, \beta, \Psi \end{array}$$

$$\rightarrow_L: \quad \begin{array}{cc} \multicolumn{2}{c}{\Phi, \alpha \rightarrow \beta \circ \Psi} \\ / & \backslash \\ \Phi, \beta \circ \Psi & \Phi \circ \alpha, \Psi \end{array}$$

$$\rightarrow_R: \quad \begin{array}{c} \Phi \circ \alpha \rightarrow \beta, \Psi \\ | \\ \Phi, \alpha \circ \beta, \Psi \end{array}$$

Open tableau – gesloten tableau

3.4. Adequaatheid

Stelling 3.1. *Adequaatheidsstelling*
Er geldt:

$$\phi_1, \ldots, \phi_n \models \psi$$

dan en slechts dan als er een gesloten tableau voor $\phi_1, \ldots, \phi_n \circ \psi$ bestaat.

3.3. Consistentie

Semantisch consistent

Definitie 3.2. Een formuleverzameling $\Sigma = \{\phi_1, \ldots, \phi_n\}$ is (semantisch) consistent als Σ (minstens) een model heeft. We zeggen ook dat Σ vervulbaar is.

Inconsistent

Semantisch consistent

Definitie 3.2. Een formuleverzameling $\Sigma = \{\phi_1, \dots, \phi_n\}$ is (semantisch) consistent als Σ (minstens) een model heeft. We zeggen ook dat Σ vervulbaar is.

$\Sigma = \{\phi_1, \dots, \phi_n\}$ is consistent,
als het tableau voor $\phi_1, \dots, \phi_n \circ \quad \dots$

Semantisch consistent

Definitie 3.2. Een formuleverzameling $\Sigma = \{\phi_1, \ldots, \phi_n\}$ is (semantisch) consistent als Σ (minstens) een model heeft. We zeggen ook dat Σ vervulbaar is.

$\Sigma = \{\phi_1, \ldots, \phi_n\}$ is consistent,
als het tableau voor $\phi_1, \ldots, \phi_n \circ$ open is.

Voorbeeld 3.9.

$$p \to (q \vee r), \neg q \to \neg r, \neg(q \wedge p), p \ \circ$$

Een formule ϕ is een tautologie, als . . .

Een formule ϕ is een tautologie, als het tableau voor $\circ\ \phi$ gesloten is.

Voorbeeld 3.10.

$$\circ \;\; \neg(p \wedge \neg p)$$