

Enige kansrekening

Een dobbelsteen

Stel dat we een dobbelsteen gooien, en dat X het aantal ogen is dat we gooien. Dan is

$$\begin{aligned} P(X \text{ is even}) &= \frac{1}{2} \\ P(X \geq 3) &= \frac{2}{3} \\ P(X = 6) &= \frac{1}{6} \end{aligned}$$

(Hierbij betekent bijvoorbeeld $P(X \text{ is even})$ de kans dat X even is.)

Stel nu dat we drie keer achter elkaar met een dobbelsteen gooien, en dat X_1 , X_2 en X_3 de aantallen ogen zijn die we achtereenvolgens gooien. Dan is

$$P(X_1 \text{ is even, } X_2 \geq 3 \text{ en } X_3 = 6) = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{18}.$$

Kop of munt

Stel dat we een eerlijke munt opgooien, en dat K=kop en M=munt. Dan is $P(K) = P(M) = \frac{1}{2}$.

Stel dat we nu drie keer een munt opgooien. Dan is

$$\begin{aligned} P(0 \text{ keer kop}) &= P((M, M, M)) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8} \\ P(1 \text{ keer kop}) &= P((M, M, K) \text{ of } (M, K, M) \text{ of } (K, M, M)) = 3 \times \frac{1}{8} = \frac{3}{8} \\ P(2 \text{ keer kop}) &= P((M, K, K) \text{ of } (K, M, K) \text{ of } (K, K, M)) = 3 \times \frac{1}{8} = \frac{3}{8} \\ P(3 \text{ keer kop}) &= P((K, K, K)) = \frac{1}{8} \end{aligned}$$

Nu gaan we naar het casino, en daar gaan we ook drie keer een munt opgooien.

Gooien we hierbij nul keer kop, dan verliezen we €9,00. Gooien we echter één keer kop, dan winnen we €1,00. Gooien we twee keer kop, dan winnen we €1,50. En gooien we drie keer kop, dan winnen we €2,00.

Dan zal de gemiddelde opbrengst van dit spel zijn:

$$-\frac{1}{8} \times \text{€}9,00 + \frac{3}{8} \times \text{€}1,00 + \frac{3}{8} \times \text{€}1,50 + \frac{1}{8} \times \text{€}2,00 = \text{€}0,0625 \text{ (een-zestiende euro)}.$$

Om het anders te bekijken: als je het spel acht keer speelt, zul je (gemiddeld gesproken) één keer €9,00 verliezen, drie keer €1,00 winnen, drie keer €1,50 winnen en één keer €2,00 winnen. In totaal win je in die acht keer €0,50, ofwel een-zestiende euro gemiddeld per keer.

Het is dus een veilig spel.